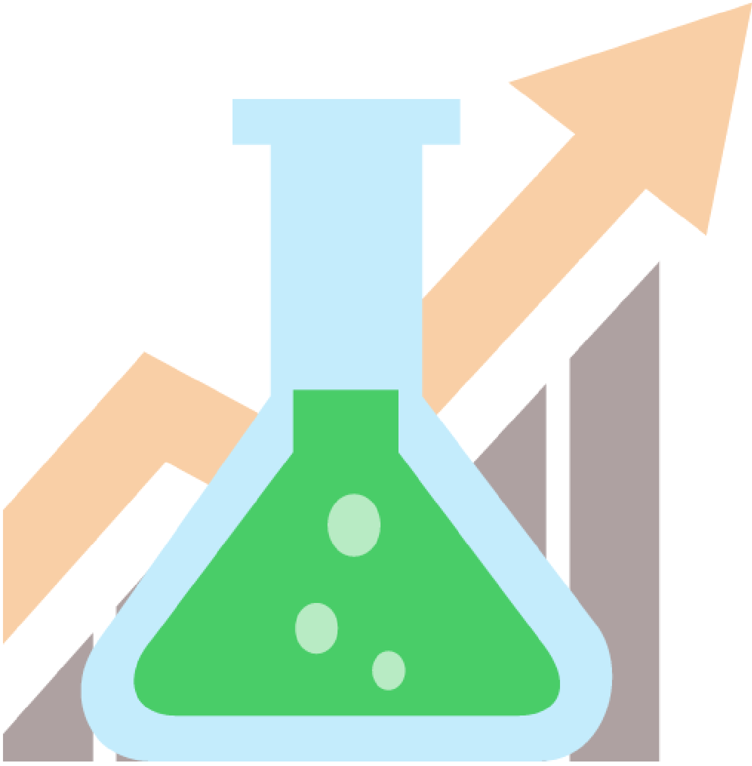

Asset Allocation Quantitativa

Lezione 2 – La Volatilità

In Irlanda si esce con l’ombrello

In Irlanda le precipitazioni sono diffusissime, specialmente nell'ovest dove ormai fanno parte della vita quotidiana (fonte Wikipedia)

Non dobbiamo stupirci, quindi, se in una serena mattinata di agosto vediamo la gente passeggiare con l'ombrello. La ragione è semplice: tra agosto e gennaio la frequenza delle precipitazioni è altissima, il tempo cambia molto rapidamente e, quasi ogni giorno, piove almeno una volta.

E' questo un classico esempio di evento prevedibile. Tutti sanno che il cielo del mattino non è un buon indicatore del tempo e sanno anche che, quasi certamente, pioverà.

Analogamente, chiunque abbia un pizzico di conoscenze finanziarie, sa che il prezzo di uno zero coupon con rating AAA, fra due settimane sarà maggiore del prezzo di oggi.

Non c'è incertezza, uno zero coupon è un titolo obbligazionario che viene emesso ad un prezzo inferiore a 100 che, giorno dopo giorno, converge verso il suo prezzo di rimborso (ossia 100).

Nessuno si aspetta che tale titolo possa subire bruschi cambiamenti di prezzo da un giorno con l’altro, esattamente come nessuno si aspetta di poter prevedere con certezza il tempo in Irlanda osservando il cielo del mattino.

La variabilità degli eventi, siano essi fenomeni fisici, meteorologici, sociali o quant’altro, è da sempre oggetto di studio della statistica descrittiva, ossia di quella branca della matematica che, per l’appunto, cerca di descrivere e comprendere il mondo che ci circonda. Uno dei più diffusi strumenti creati da questa scienza è la media aritmetica.

Immaginiamo due classi composte da 6 alunni ciascuna che svolgono il medesimo test di matematica e immaginiamo che questi siano i loro voti:

CLASSE 1

Alunno	Voto
Alunno 1	10
Alunno 2	9
Alunno 3	8
Alunno 4	4
Alunno 5	3
Alunno 6	2

CLASSE 2

Alunno	Voto
Alunno 7	6
Alunno 8	6
Alunno 9	6
Alunno 10	6
Alunno 11	6
Alunno 12	6

La media dei voti degli alunni è un indicatore sintetico della preparazione dei dodici allievi. Tale valore viene calcolato facendo la somma di tutti i voti e dividendo il risultato per 12 (ossia per il numero dei voti assegnati). In questo esempio la media dei dodici voti è pari a 6, pertanto, secondo quanto ci dice la statistica descrittiva, possiamo affermare che la preparazione globale è mediamente sufficiente.

La media è un indicatore molto utile quando, ad esempio, si voglia valutare la capacità di un insegnante di svolgere con efficacia il proprio lavoro. Più numerosi sono gli studenti cui questi insegna, più significativo sarà il dato medio che ne emerge. Se la media dei voti di tutti gli studenti è elevata, possiamo concludere di avere a che fare con un ottimo insegnante.

Quando abbiamo a che fare con un'attività finanziaria, invece che con un insegnante di matematica, il discorso non cambia. Se le variazioni di prezzo settimanali (ossia i rendimenti settimanali) sono in media positive, possiamo dire di avere a che fare con uno strumento finanziario interessante. Quanto più numerosi sono i dati sui quali tale media viene calcolata, tanto più significativo sarà il valore del dato medio.

Questo concetto di "rendimento medio" è particolarmente importante tanto da assumere un ruolo centrale non solo nella teoria di costruzione di portafogli che in questo corso andremo ad affrontare, ma anche in tutti i più avanzati modelli di pricing degli strumenti derivati e nelle più complesse metodologie di calcolo e modellazione dei rischi di mercato.

Il concetto, in sé, è abbastanza semplice: data un'attività finanziaria si definisce "rendimento" la variazione di prezzo che essa registra in un dato intervallo temporale. Tale grandezza rappresenta l'utile o la perdita in cui un investitore sarebbe incorso in quell'arco di tempo. Se l'unità di tempo cui ci riferiamo è la settimana, parleremo di rendimento settimanale che calcoleremo come variazione percentuale del prezzo di quell'attività registrata tra un lunedì ed il successivo venerdì.

Poter disporre di una lunga serie storica sulla quale calcolare numerosi rendimenti settimanali, permette di calcolare un rendimento medio che fornisce una prima importante informazione sull'interesse che quella specifica attività finanziaria potrà avere per noi.

Tornando con la mente a quanto dicevamo nella prima lezione di questo corso, potremmo affermare che il rendimento medio settimanale storico è una buona approssimazione del rendimento atteso per la prossima settimana. La domanda, naturalmente, è la seguente: quanto è buona questa approssimazione? Di quanto rischiamo di sbagliarci?

È proprio a questo punto che entra in gioco la volatilità.

Vediamo, però, di procedere per gradi e torniamo all'esempio delle due classi di studenti di matematica.

Se proviamo a calcolare la media dei voti dei sei studenti della Classe 1 e dei sei studenti della Classe 2, scopriamo che in entrambi i casi essa è pari a 6. Se ci accontentassimo del dato medio, quindi, potremmo dire che le due classi sono uguali.

Se però ci affidiamo al nostro buon senso e osserviamo i voti dell'una e quelli dell'altra classe, ci salta all'occhio un'evidentissima differenza. Nella seconda classe tutti hanno la sufficienza, non ci sono né geni né somari ed il voto medio è, effettivamente, rappresentativo della preparazione della classe.

Nella prima classe, invece, le cose non sono così. La media dei voti è 6, ma in realtà nessuno studente ha il 6. Nella Classe 1 ci sono tre pessimi studenti e tre fenomeni matematici. Il valore medio, in questo caso, non rappresenta bene la classe in quanto non mette in evidenza quella che si definisce la variabilità dei voti osservati.

Questo limite della media aritmetica è, ovviamente, noto. Per questa ragione i teorici della statistica descrittiva hanno ideato un altro indicatore (la deviazione standard) che ha proprio lo scopo di misurare quanto i singoli dati osservati si discostano dal valore medio. Un alto valore di deviazione standard sta ad indicare che il valore medio cade in mezzo a numerosi valori tra loro molto lontani. È il caso della Classe 1 nella quale nessuno studente ha un 6, mentre la media è 6 solo perché cade nel mezzo di valori fra loro molto distanti. La Classe 2, invece, presenta una deviazione standard molto bassa (per la precisione nulla) in quanto tutti i dati osservati coincidono con la media.

Immaginiamo, ora, di organizzare un compito in classe di matematica a sorpresa per tutti i 12 studenti. Che voto possiamo prevedere che prenderanno? In mancanza di meglio potremmo fare riferimento alla media storica. La media è 6, quindi ci aspetteremo un 6 da tutti i dodici studenti. Così facendo, molto probabilmente, avremo maggior successo con gli studenti della seconda classe piuttosto che con quelli della prima.

La ragione di ciò è intuitiva: **quando la variabilità è molto elevata** (alto valore della deviazione standard) **il dato medio non è rappresentativo e**, pertanto, **nemmeno predittivo**.

Torniamo ora, nuovamente, all'esempio del prezzo di un titolo zero coupon che, per brevità, chiameremo "ZC". Se ogni settimana il rendimento del nostro ZC (ossia la sua variazione percentuale di prezzo) è pari allo 0,04%, allora anche la media di tutti i rendimenti settimanali sarà 0,04%. Possiamo quindi affermare che, in media, la variazione percentuale di prezzo dello ZC è pari allo 0,04% e, poiché la deviazione standard della serie di rendimenti osservati è molto bassa (ogni settimana osserviamo sempre lo stesso valore di rendimento), possiamo anche affermare che tale valore medio rappresenta una buona stima del rendimento per la settimana ancora da venire.

Detta in parole più semplici la questione è la seguente: se tutte le settimane lo ZC si apprezza sempre nella stessa misura, allora è probabile che anche la prossima settimana faccia la stessa cosa!

Il rendimento medio ci fornisce la previsione, mentre la variabilità dei dati sui quali questa media è calcolata (ossia la deviazione standard) ci dice quanto la previsione sarà affidabile.

Quanto detto finora rappresenta una semplificazione del seguente principio fondamentale:

qualsiasi previsione di rendimento futuro è tanto più affidabile quanto minore è la sua variabilità.

Parliamo di semplificazione perché, nella realtà, la media aritmetica non è la migliore stima possibile del rendimento futuro esattamente come la volatilità storica non è la migliore previsione della volatilità futura. Quello che però ci preme chiarire è come la variabilità storica dei rendimenti di un'attività finanziaria (ossia la variabilità delle oscillazioni di prezzo osservate in passato) sia un eccellente indicatore dell'incertezza che incomberà su qualsiasi previsione.

Ma allora cos'è la volatilità?

A questo punto è giunto il momento di chiarire il significato di due termini che abbiamo abbondantemente utilizzato: *deviazione standard* e *volatilità*.

La prima, come già detto, è un indicatore statistico che misura quanto i dati di una qualsiasi serie tendano a concentrarsi intorno al loro valore medio. Più alto è il valore di questo indicatore, più significa che i dati si disperdono lontano dal valor medio.

La seconda, invece, è la traduzione in linguaggio finanziario dello stesso termine. La volatilità del prezzo di un'azione è, molto semplicemente, la deviazione standard dei rendimenti (ossia delle variazioni di prezzo) di quell'azione. Il motivo per cui ci si è inventati un altro termine (non potevano chiamarla deviazione standard?) è legato ad alcune esigenze di standardizzazione.

Innanzitutto, la volatilità si riferisce sempre alle **variazioni di prezzo** di un asset, mai ai singoli prezzi registrati dall'asset. Quando acquistiamo un'azione, un fondo, un'opzione o qualsiasi altro strumento di investimento, non ci interessa sapere se il costo unitario è 1 euro, 30 euro o 500 euro. Investiremo il denaro di cui disponiamo acquistando le quantità acquistabili con la somma di cui disponiamo. Ciò che ci interessa è di quanto possiamo aspettarci che possa variare il prezzo di ciò che acquistiamo. Sono le variazioni dei prezzi a generare utili o perdite ed è su queste, quindi, che è opportuno focalizzare la nostra attenzione.

Ragionare sui rendimenti, inoltre, ci permette di confrontare tra loro valori di volatilità relativi a differenti asset. Le variazioni di prezzo, infatti, sono espresse in termini percentuali e risultano, quindi, indipendenti dall'ordine di grandezza dei prezzi su cui sono calcolate. Un asset che passa da 4 a 3 euro segna un -25% esattamente come un altro asset che passa da 1000 a 750 euro. Le variazioni assolute, invece, sono di 1 euro in un caso e di 250 euro nell'altro caso.

Infine, generalmente, la volatilità si esprime su base annua. Quando leggiamo che la volatilità dell'indice S&P500 è salita al 35% mentre quella dell'EuroStoxx50 è ferma al 23% stiamo parlando di volatilità annue.

A questo punto possiamo affermare di avere una certezza: nella nostra testa c'è grande confusione.

Deviazione standard, valori assoluti e valori confrontabili, volatilità annua… ma siamo impazziti? Non avevamo detto che questo è un corso divulgativo?

Ebbene sì, l'avevamo detto, vediamo quindi di mantenere le promesse fatte ed affrontiamo uno per uno tutti questi argomenti.

Come si calcola la deviazione standard?

Chi ha avuto la forza d'animo di arrivare fino a questo punto senza tentare il suicidio, probabilmente ora ha un'idea di cosa sia la deviazione standard. Si tratta di un indice di variabilità che ci informa su quanto eterogenei siano i valori presenti in una certa serie di dati.

Riprendiamo l'esempio delle classi di studenti di matematica e vediamo come si calcola la deviazione standard:

CLASSE 1

Alunno	Voto
Alunno 1	10
Alunno 2	9
Alunno 3	8
Alunno 4	4
Alunno 5	3
Alunno 6	2

CLASSE 2

Alunno	Voto
Alunno 7	6
Alunno 8	6
Alunno 9	6
Alunno 10	6
Alunno 11	6
Alunno 12	6

Come già abbiamo avuto modo di notare, sia la media dei voti degli studenti della classe 1 sia quella degli altri studenti è pari a 6. Evidentemente, però, l'eterogeneità dei voti della prima classe è decisamente maggiore. Vediamo come la formula di calcolo della deviazione standard consenta di quantificare e misurare questa differente variabilità.

Primo passaggio: calcoliamo la media dei voti per ciascuna classe

Media classe 1 = (10+9+8+4+3+2)/6 = 36/6 = 6

Media classe 2 = (6+6+6+6+6+6)/6 = 36/6 = 6

Secondo passaggio: per entrambe le classi misuriamo quanto il voto di ciascuno studente si discosta dal valore medio:

CLASSE 1

Voto	Media	Voto - Media	Scostamento
10	6	10 – 6 = 4	4
9	6	9 – 6 = 3	3
8	6	8 – 6 = 2	2
4	6	4 – 6 = -2	-2
3	6	3 – 6 = -3	-3
2	6	2 – 6 = -4	-4

CLASSE 2

Voto	Media	Voto - Media	Scostamento
6	6	6 – 6 = 0	0
6	6	6 – 6 = 0	0
6	6	6 – 6 = 0	0
6	6	6 – 6 = 0	0
6	6	6 – 6 = 0	0
6	6	6 – 6 = 0	0

Terzo passaggio: la colonna "Scostamento" che abbiamo calcolato per entrambe le classi mostra quanto i singoli dati si discostino dal valore medio. Un confronto delle due colonne ci permette di capire quale delle due serie di dati presenta deviazione standard maggiore.

In questo esempio il confronto è facile, ma se avessimo serie di dati molto più lunghe (quali possono essere le serie storiche delle variazioni del prezzo giornaliero di un titolo azionario) e se i valori non fossero così macroscopicamente differenti, allora tutto sarebbe più complesso. Per poter confrontare le due serie degli scostamenti calcolati gli statistici hanno pensato di ricorrere, nuovamente, alla media aritmetica. La deviazione standard, quindi, si calcola come media degli scostamenti dalla media. Essa, quindi, dovrà essere tanto più grande quanto più ogni singolo dato è lontano dal punto medio (grande dispersione) e tanto minore quanto più tutti i dati singoli si addensano intorno al punto medio.

Tuttavia, per evitare che scostamenti con segno opposto si elidano, si esegue la media del quadrato degli scostamenti e poi se ne estrae la radice quadrata (ricordiamo che il quadrato di un numero, positivo o negativo che sia, genera sempre un numero positivo). Detto così tutto appare assolutamente incomprensibile, ma un esempio numerico può chiarire questo semplice concetto.

Esempio:

calcoliamo la media degli scostamenti dalla media dei voti della prima classe:

[4 + 3 + 2 + (-2) + (-3) + (-4)] / 6 = 0 / 6 = 0

La media è pari a zero in quanto il numeratore presenta numeri negativi che annullano i numeri positivi (scostamenti di segno opposto che si elidono). Se calcolassimo in questo modo lo scostamento medio concluderemmo, erroneamente, che la deviazione standard è nulla.

Per ovviare a questo problema calcoliamo la media del quadrato degli scostamenti e poi ne estraiamo la radice quadrata per rimuovere l'effetto di amplificazione generato dall'elevamento a potenza. Vediamo come:

[4^2 + 3^2 + 2^2 + (-2^2) + (-3^2) + (-4)^2] / 6 =

= (16 + 9 + 4 + 4 + 9 + 16) / 6 = 58 / 6 = 9,67

9,67 è la media del quadrato degli scostamenti (nota anche come varianza), la sua radice quadrata è, invece, la deviazione standard:

deviazione standard = Radice quadrata di 9,67 = 3,2 circa.

La deviazione standard dei voti degli studenti della seconda classe, invece, è nulla (non occorre calcolarla) in quanto tutti i voti coincidono con la media e, pertanto, tutti gli scostamenti dalla media sono nulli.

I dati di deviazione standard così ottenuti sono estremamente importanti perché ci informano che gli studenti della prima classe sono molto diversi da quelli della seconda. In entrambe le classi il voto medio è 6, tuttavia, mentre nella prima alla media di 6 è associata una deviazione standard di 3,2, nella seconda la deviazione standard è nulla.

A questo punto sappiamo che utilizzare il voto medio per prevedere l'esito di una verifica a sorpresa di matematica potrà dare buoni risultati solo per la seconda classe, mentre per la prima si può stare certi che le probabilità di commettere un errore saranno molto alte.

Riassumendo

Vediamo ora di tirare un po' le fila di quanto detto in queste due prime lezioni.

Prima di tutto abbiamo chiarito cosa intendiamo per costruzione di portafogli efficienti. Non si tratta di analisi tecnica o strategie di trading, ma di un approccio strutturato orientato alla formulazione di asset allocation che possano minimizzare il rischio associato ad un determinato obiettivo di rendimento.

Si tratta, ad esempio, di decidere quanta parte di portafoglio deve essere investita in azioni italiane, piuttosto che in obbligazioni corporate di paesi emergenti o in materie prime ad uso industriale al fine di raggiungere un certo livello di redditività minimizzando il rischio di incorrere in perdite.

Tutto il resto viene dopo. La scelta degli effettivi strumenti di investimento o delle tecniche di trading fanno parte dell'ultima fase, quella dell'implementazione del portafoglio.

In questo corso, per completezza, proporremo anche una soluzione per l'implementazione effettiva dei portafogli e, possiamo già anticiparlo, non faremo ricorso né a trading system né all'analisi tecnica. Tuttavia, la nostra attenzione sarà massimamente rivolta alla comprensione di come ci si debba comportare per definire con chiarezza e completezza le asset allocation efficienti in quanto, ne siamo certi, è questa l'area in cui normalmente ci sono maggiori lacune informative.

Il secondo elemento fondamentale che abbiamo ampiamente descritto è il rendimento. Abbiamo detto che il rendimento di un'attività finanziaria è, semplicemente, la variazione di prezzo che questa ha segnato lungo un determinato arco di tempo. Abbiamo fatto l'esempio di un titolo zero coupon che, settimana dopo settimana, segna continui rialzi di piccola entità. Ciascun rialzo settimanale è il rendimento realizzato dallo ZC in quella settimana. Una serie storica di numerose settimane ci permette di calcolare il rendimento medio settimanale del titolo e questo può essere poi utilizzato per farci un'idea del possibile rendimento per la settimana ancora da venire.

Abbiamo poi intuitivamente concluso che l'uso del dato medio storico è un buon indicatore per lo Zero Coupon ma potrebbe non esserlo per un titolo azionario.

Come naturale conseguenza di queste osservazioni abbiamo introdotto un altro elemento fondamentale per l'asset allocation: la volatilità. Abbiamo visto come essa misuri la dispersione (o la distanza) di tutti i dati singoli dal dato medio. Quando questa dispersione è molto bassa (come nel caso dei rendimenti settimanali di uno ZC che si addensano attorno alla loro media) allora la media è un buon anticipatore del dato futuro. Quando questa variabilità è alta (come potrebbe essere il caso dei rendimenti settimanali di un titolo azionario), allora la media non ha un buon contenuto predittivo.

Le due classi di studenti di matematica rappresentano un esempio di questo tipo. Usare la media dei voti degli studenti per prevedere il prossimo voto di ciascuno studente potrà dare buoni risultati per la seconda classe (quella con varianza nulla), ma non darà certo grandi soddisfazioni nel caso della prima classe (quella con alta varianza).

Per poter meglio padroneggiare l'argomento abbiamo descritto la metodologia di calcolo della deviazione standard e abbiamo introdotto la definizione di volatilità che altro non è che la deviazione standard calcolata tenendo a mente alcune regole di standardizzazione tipiche del settore.

Nel corso della prossima lezione parleremo ancora di deviazione standard e volatilità, spiegheremo come essa possa essere utilizzata per quantificare (seppur in modo approssimativo) l'errore che potrebbe derivare dall'uso del dato medio come previsione di un dato futuro e descriveremo alcune caratteristiche della volatilità che è bene conoscere per evitare di cadere in certe trappole dalle quali difficilmente si esce incolumi.